

# О ПОВЫШЕНИИ НАДЕЖНОСТИ НЕКОТОРЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ПОСТРОЕНИЙ

**Б.Н. Дьяков** (СПГГИ, Санкт-Петербург)

В 1966 г. окончил факультет геодезии НИИГАиК по специальности «астрономо-геодезия». Работал инженером на предприятиях № 9 (Свердловск) и № 1 (Иркутск). С 1978 г. — старший преподаватель, доцент, профессор кафедры геодезии СГГА. С 2002 г. по настоящее время — доцент Санкт-Петербургского государственного горного института (СПГГИ).

**Ю.В. Родионова** (СГГА, Новосибирск)

В 2001 г. окончила СГГА по специальности «городской кадастр». В 2003 г. получила степень магистра. В настоящее время — аспирантка на кафедре геодезии СГГА.

В настоящее время способы создания геодезических сетей и обеспечения проектной точности их элементов детально разработаны и классифицированы. При этом основным показателем точности является средняя квадратическая ошибка элементов сети в ее наиболее слабом месте. В последние годы в литературе все чаще появляются публикации о том, что при оценке геодезической сети следует учитывать еще одну не менее важную характеристику, а именно — ее надежность.

Согласно [1] для каждого измерения в сети может быть подсчитан показатель внутренней надежности, равный значению грубой ошибки, начиная с которого ошибка этого измерения уже может быть обнаружена с помощью какого-либо теста. Этот показатель вычисляется по формуле:

$$t_i = \delta \mu_0 / (\sqrt{g_{i,i}} \sqrt{p_i}), \quad (1)$$

где  $\mu_0$  — проектное значение средней квадратической ошибки (СКО) единицы веса;  $p_i$  — вес измерения;  $\delta$  — параметр нецентральности, зависящий от уровня значимости  $\alpha$  и доверительной вероятности  $\beta$ ;  $g_{i,i}$  — диагональный элемент  $G$ -матрицы геодезической сети.

Диагональный элемент  $G$ -матрицы показывает, какая часть истинной ошибки измерения входит в поправку этого же измерения; остальная часть истинной ошибки распределяется в поправки других измерений. Показатели внешней надежности учитывают влияние невыявленных ошибок измерений на оценки уравниваемых значений элементов сети. В частности, одной из мер внешней надежности можно считать «максимальное значение искажения неизвестного  $x_j$ , вызванное обнаруженной грубой ошибкой  $i$  — того измерения» [2, с. 189].

Хотя показатели надежности напрямую зависят от геометрии сети, все же они отражают ее не в полной мере. Для более полной оценки надежности необходимо использовать «параметр надежности сети  $P_s$ ». Этот параметр равен отношению двух чисел: в знаменателе стоит число всех комбинаций из  $n$  измерений по  $s$ , в числителе — число таких же комбинаций, в которых можно с помощью какого-либо теста обнаружить грубые ошибки измерений. Ограничимся первым порядком надежности геодезической сети. Например, параметр надежности первого порядка  $P_1 = 5/9$  показыва-

ет, что из общего числа измерений данной геодезической сети, равном девяти, грубую ошибку можно обнаружить только в пяти измерениях; в остальных четырех измерениях грубую ошибку невозможно обнаружить никакими тестами. Понятно, что надежной можно считать только такую геодезическую сеть, у которой  $P_1 = 1$ ; именно в такой сети показатели внутренней и внешней надежности обретают подлинный смысл; если же  $P < 1$ , то эти показатели становятся формальными по сути.

Проверка показала, что у большинства стандартных геодезических построений значение параметра  $P_1$  колеблется от 0 (отдельный нивелирный ход и линейно-угловой ход с координатной привязкой) до 0,5 (прямолинейный разомкнутый линейно-угловой ход с примычными углами в начале и конце хода), и только у прямоугольной строительной сетки, в каждом прямоугольнике которой измерены все углы и стороны, параметр  $P_1$  равен единице. Такая ситуация во многих случаях является нормальной: во-первых, грубые ошибки — явление довольно редкое, и, во-вторых, грубые измерения почти всегда можно повторить. Иное дело,

когда геодезическая сеть выполняет функции контроля пространственного положения элементов объекта, т. е., создана для изучения разного рода деформаций и смещений. В этом случае повторные измерения невозможны, и для обнаружения грубых ошибок измерений должны применяться аналитические методы, которые эффективны лишь при параметре надежности  $P_1$ , равном единице. То же самое можно сказать и о съемочном обосновании тахеометрической съемки, создаваемом одновременно с выполнением съемки электронным тахеометром.

Для повышения надежности геодезической сети нужно, во-первых, изменить геометрию сети и довести значение параметра  $P_1$  до единицы и, во-вторых, уменьшить значения формальных показателей надежности (т. е., увеличить диагональные элементы  $G$ -матрицы). Эти задачи можно решить только одним способом — выполнить в сети дополнительные измерения.

Если исходить из требования, чтобы каждое измерение контролировалось другим независимым измерением, то общее количество измерений в сети должно быть равно:

$$n = t + t = 2t, \quad (2)$$

где  $t$  — количество неизвестных, равное количеству необходимых измерений. При выполнении этого условия значение диагональных элементов  $G$ -матрицы в среднем по сети будет равно 0,5.

В реальной геодезической сети требуемое количество измерений может отличаться от вычисленного по формуле (2). Так, в сетях, относящихся к одномерному пространству измерений (нивелирные сети, спутниковые сети с раздельным уравниванием приращений координат и т. п.), требуемое количество измерений можно подсчитать по формуле:

$$n \geq 3/2t + k_{исх}, \quad (3)$$

где  $k_{исх}$  — количество исходных пунктов;  $k_{исх} \geq 2$ .

Формула (3) соответствует правилу: в каждом определяемом пункте должны сходиться не менее трех измерений, а в каждом исходном пункте — не менее двух измерений.

В геодезических сетях, относящихся к двумерному пространству измерений (отдельные линейно-угловые ходы, системы ходов с узловыми точками, триангуляция, трилатерация, комбинированные линейно-угловые сети и т. п.), ситуация с исследованием надежности намного сложнее.

В стандартном разомкнутом прямолинейном ходе, как известно, ошибки измерения углов порождают угловую невязку  $f\beta$  и поперечный сдвиг конечного пункта хода, а ошибки измерения сторон приводят к продольному сдвигу конечного пункта. Если в измеренном значении одного какого-либо угла присутствует грубая ошибка  $\Delta i$ , то ее величина примерно равна угловой невязке хода  $\Delta i \approx f\beta$ . Исправляя последовательно каждый угол на величину  $-f\beta$  и вычисляя поперечный сдвиг конечного пункта, можно установить номер угла  $i$ , для которого поперечный сдвиг окажется наименьшим. Это и будет грубо измеренный угол. Конкретное значение грубой ошибки можно также вычислить по формуле из [3].

Грубая ошибка в измеренном значении какой-либо стороны примерно равна продольному сдвигу конечного пункта хода, но установить номер грубо измеренной стороны невозможно,

а потому параметр надежности прямолинейного хода  $P_1 = 0,5$ .

Рассмотрим два случая, позволяющих повысить надежность измерения сторон: первый — для открытой местности, второй — для закрытой местности.

Для открытой местности необходимо на каждом определяемом пункте хода выполнить дополнительное измерение примычного угла. Величина примычного угла должна быть близка к  $90^\circ$  (в пределах от  $45^\circ$  до  $135^\circ$ ) — рис. 1.

Если обозначить количество определяемых пунктов через  $k$ , то общее количество измерений в новом ходе будет равно:

$$n = 3k + 4,$$

а количество избыточных измерений:

$$r = k + 4.$$

Для закрытой местности приходится вводить дополнительные определяемые пункты и выполнять дополнительные измерения углов и расстояний на каждом пункте хода (рис. 2). В результате каждая сторона хода становится основанием одного или двух треугольников, в каждом из которых измеряются три стороны и один малый острый угол. Две стороны треугольника имеют почти одинаковую длину, а третья — около 2 м.

В этом случае количество измерений в ходе составит:

$$n = 7k + 9,$$

а количество избыточных измерений будет равно:

$$r = 3k + 5.$$

Подсчитаем параметры точности и надежности для небольшого прямолинейного хода полигонометрии 4-го класса. Ис-

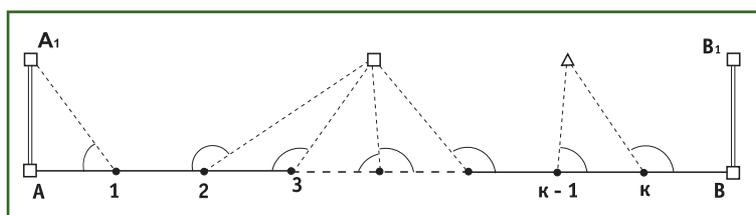
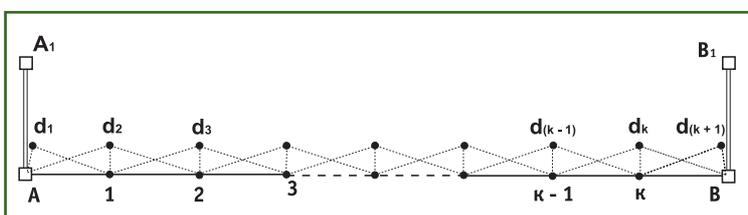


Рис. 1

Схема разомкнутого прямолинейного хода с дополнительными примычными углами

Результаты вычислений

Варианты хода	n/t	Диагональные элементы G-матрицы		Показатели внутренней надежности		Показатели внешней надежности $\sigma_p$ , см		Проектная СКО положения пункта в середине хода $M_p$ , см
		Углов $\beta_1/\beta_6$	Сторон $S_{A-1}/S_{5-6}$	Углов, " $\beta_1/\beta_6$	Сторон, см $S_{A-1}/S_{5-6}$	из-за $\Delta\beta$	из-за $\Delta s$	
Стандартный ход (11 углов, 10 сторон)	21/18	0,318/ 0,091	0,100/ 0,100	9,9/ 18,5	17,7/ 17,7	12,2	15,9	4,1
С дополнительными измерениями примычных углов	31/18	0,427/ 0,399	0,754/ 0,658	8,6/ 8,9	6,5/ 6,9	6,2	2,3	1,8
С дополнительными определяемыми пунктами	72/40	0,318/ 0,091	0,358/ 0,453	9,9/ 18,5	9,4/ 8,3	12,2	6,0	3,3



**Рис. 2**  
Схема линейно-углового хода с дополнительными измерениями углов и расстояний

пользуем следующие характеристики: количество основных определяемых пунктов равно  $k = 9$ ; СКО измерения углов  $m_\beta = 2''$ ; СКО измерения сторон  $m_s = 2$  см; длины сторон одинаковы и равны  $S_i = 1000$  м; короткая сторона треугольников равна 2 м;  $\alpha = 0,05$ ;  $\beta = 0,80$ ;  $\delta = 2,8$ . Показатели внутренней надежности вычислим для двух углов и сторон: по одному в начале и середине хода.

Показателем внешней надежности будем считать наибольшее искажение положения пунктов хода:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2},$$

где  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  — искажения координат определяемых пунктов, вызванные необнаруженными ошибками углов и сторон хода.

Данный ход рассмотрим в трех вариантах: 1 — стандартная схема, 2 — с дополнительными измерениями примычных углов на всех определяемых пунктах (рис. 1), 3 — с дополнительными измерениями углов и расстояний на дополнительные определя-

емые пункты (рис. 2). Результаты вычислений, выполненных с помощью программы NAL\_GR [3], приведены в таблице.

Рассматривая результаты вычислений, можно сделать вывод, что измерение дополнительных примычных углов на всех определяемых пунктах (рис. 1) значительно улучшает показатели точности и надежности. Что касается дополнительных измерений углов и сторон при введении в ход дополнительных определяемых пунктов (рис. 2), то здесь улучшение показателей надежности заметно только для сторон хода, а показатели надежности для углов остаются на прежнем уровне. Искажение положения пунктов хода из-за невыявленных ошибок измерения углов более чем в 3 раза превышает проектную точность пунктов, в то время как то же искажение из-за ошибок измерения сторон — всего лишь в 1,3–1,9 раза.

Аналогичные тенденции к улучшению различных показателей наблюдаются также для

отдельных линейно-угловых ходов произвольной формы и ходов внутри системы ходов с узловыми точками.

Практическое применение рассмотренных вариантов разомкнутого линейно-углового хода с параметром надежности  $P_s = 1$  представляется маловероятным. Наиболее реальной является сплошная сеть четырехугольников с измерением в них всех углов и сторон; два и более исходных пункта должны располагаться по краям сети и, по необходимости, в центре сети.

▼ Список литературы

1. Маркузе Ю.И. Основы уравнительных вычислений: Учебное пособие для вузов. — М.: Недра, 1990.
2. Маркузе Ю.И., Бойко Е.Г., Голубев В.В. Геодезия. Вычисление и уравнивание геодезических сетей. — М.: «Картгеоцентр — Геодезиздат», 1994.
3. Дьяков Б.Н., Родионова Ю.В. Программа, реализующая преимущество известного метода // Геодезистъ. — 2002. — № 4. — С. 22–24.

RESUME

Practical aspects of the geodetic network reliability are considered. A new reliability parameter  $P_s$  is introduced. This parameter provides for a quantitative estimate of a possibility or impossibility to detect rough measurement errors. Measures to increase this parameter up to the 1 for certain geodetic measurements are proposed.